

Tantárgyleírás

tantárgy: Mérték- és integrálmélet előadás
szemeszter: 2022–2023. 1. félév
szak: matematika
tagozat: nappali
előtanulmány: matematikai analízis I–III.
értékelés: kollokvium
oktatás formája: személyes megjelenés
oktató: Dr. Tómacs Tibor, egyetemi docens
e-mail: tomacs.tibor@uni-eszterhazy.hu
weblap: <https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu>
konzultáció: Kedd 11:50–13:30 C-006 (bejelentkezés e-mail-ben)

Az oktatás tervezett ütemezése

1. hét: Bevezetés. A valós számok bővített halmaza (rendezés, műveletek, abszolút érték, intervallumok).
2. hét: Mértéktér (mérhető tér és tulajdonságai, mértéktér, teljes mértéktér, additivitás, monotonitás, szubadditivitás, folytonosság).
3. hét: Külső mérték (definíció, tulajdonságai, külső mérték szerinti mérhetőség, teljes mértéktér generálása külső mértékből).
4. hét: Halmazfüggvényhez tartozó külső mérték és tulajdonságai, premérték.
5. hét: Lebesgue-mérték (definíció, korlátos intervallumok illetve megszámlálható halmazok Lebesgue-mérhetősége, Cantor-féle triadikus halmaz, Vitali-féle halmaz).
6. hét: Nyílt halmazok struktúrája, Borel-mérhető halmazok.
7. hét: Mérhető függvények (definíció, generált σ -algebra, Borel-mérhető függvény, folytonosság és kapcsolata a Borel-mérhetőséggel, összetett függvény és többváltozós függvények mérhetősége, a mérhetőség ekvivalens megfogalmazásai).
8. hét: *Szünet*
9. hét: Mérhető függvények sorozatai (majdnem mindenütt teljesülő tulajdonság fogalma, határfüggvény mérhetősége, mértékben vett konvergencia, Lebesgue-tétel, Riesz-féle kiválasztási tétel, approximációs tétel).
10. hét: Nemnegatív mérhető függvények integrálja (definíció, halmaz feletti integrál, monotonitás, Markov-egyenlőtlenség, pozitív homogenitás, egyéb tulajdonságok, additivitás, monoton konvergencia tétel).
11. hét: Integrálható függvények (függvény pozitív illetve negatív része, integrál definíciója, halmaz feletti integrál, homogenitás, additivitás, majoráns kritérium, halmazok feletti additivitás, Lebesgue majorált konvergencia tétele).
12. hét: Lebesgue-integrál (Lebesgue-kritérium, Riemann és Lebesgue-integrál kapcsolata).
13. hét: Mértékterek szorzata (definíció, két- és háromdimenziós Lebesgue-mérték definíciója). Mértékek deriváltja (abszolút folytonosság, Radon–Nikodym-tétel).

14. hét: Konzultáció

Az oktatás személyes megjelenéssel történik, de minden tananyaghoz készültek videók is, melyeket a <https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tavoktatas.html> címen találhatnak meg a „Mérték- és integrálmélet ea.” menüpont alatt.

Kötelező irodalom

TÓMÁCS TIBOR: *Mérték- és integrálmélet előadás anyaga*

https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok/Mertekelmélet_eloadas.pdf

Ajánlott irodalom

TÓMÁCS TIBOR: *Mérték és integrál*

<https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok/Mertekelmélet.pdf>

JÁRAI ANTAL: *Mérték és integrál*, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

PAUL R. HALMOS: *Mértékelmélet*, Gondolat, 1984.

Értékelés módja

A vizsga formája személyes jelenléti. Ezekből a tételből kell kihúzni egyet: https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok/Mertekelmélet_tetelsor.pdf. 20-30 perces felkészülés után szóban kell felelni, melynek végén felteszek néhány kérdést más tételből is.